



Control 1 (Parte A)

P1. a) (3,0 pts.) Considere la siguiente cadena de igualdades, donde $x, y \in \mathbb{R}$:

$$(1-x)y + yx = (1 \cdot y + (-x)y) + yx \tag{1}$$

$$= (y + -(xy)) + yx \tag{2}$$

$$= y + (-xy + yx) \tag{3}$$

$$= y + (-xy + xy) \tag{4}$$

$$= y + 0 \tag{5}$$

$$= y. \tag{6}$$

Para cada uno de los seis pasos de esta cadena de igualdades, indique los axiomas o las propiedades de \mathbb{R} que justifica la igualdad. Complete para ello la siguiente tabla:

Igualdad	Axiomas/Propiedades
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	

b) (3,0 pts.) Utilizando únicamente los axiomas de cuerpo y la unicidad de los elementos neutros e inversos, demuestre que, si $a, b \neq 0$ y $ab \neq 0$, entonces

$$(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}.$$

P2. (6,0 pts.) Resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{x^2 + 3x}{|x - 5| + 4} \geq 3.$$

P3. a) (1,5 pts.) Sea

$$A = (0, 1) \cup (2, 3].$$

Determine, sin justificar su respuesta, si el conjunto A tiene máximo, mínimo, supremo e ínfimo. En caso de existir, indique sus valores.

b) (4,5 pts.) Sea $A \subseteq \mathbb{R}$ un conjunto acotado inferiormente, y sea $B \subseteq A$ un subconjunto no vacío. Demuestre que A y B tienen ínfimo y que, además,

$$\inf(A) \leq \inf(B).$$

Si usa un teorema, no olvide verificar explícitamente cada una de sus hipótesis.

Duración: 1.5h.