

### Control 3

**P1.** (6.0 ptos.) Encuentre los valores extremos de la función

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2,$$

sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

En cada caso, identifique el valor extremo correspondiente y justifique el método utilizado.

**P2.** (6.0 ptos.) Considere la región

$$\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \leq 16, x \geq y, x - 6 \leq y, x \geq 0, y \geq 1\}.$$

- a) (2.0 ptos.) Dibuje la región  $\mathcal{D}$  indicando claramente todas las curvas que la delimitan.  
 b) (4.0 ptos.) Calcule, utilizando coordenadas cartesianas, la integral doble

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{x}{y} dx dy.$$

Justifique adecuadamente los límites de integración que utilice.

**P3.** (6.0 ptos.) Determine el volumen del sólido **ubicado en el primer octante** y delimitado por las superficies

$$\begin{cases} z = 1 - y^2, \\ y = 2x, \\ x = 3. \end{cases}$$

**Duración:** 3h.