

Control 3

P1. (6.0 pts.) Encuentre los valores extremos de la función

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2,$$

sujeta a las restricciones

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

En cada caso, identifique el valor extremo correspondiente y justifique el método utilizado.

P2. (6.0 pts.) Considere la región

$$\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \leq 16, x \geq y, x - 6 \leq y, x \geq 0, y \geq 1\}.$$

- (2.0 pts.) Dibuje la región \mathcal{D} indicando claramente todas las curvas que la delimitan.
- (4.0 pts.) Calcule, utilizando coordenadas cartesianas, la integral doble

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{x}{y} dx dy.$$

Justifique adecuadamente los límites de integración que utilice.

P3. (6.0 pts.) Determine el volumen del sólido **ubicado en el primer octante** y delimitado por las superficies

$$\begin{cases} z = 1 - y^2, \\ y = 2x, \\ x = 3. \end{cases}$$

Duración: 3h.