Tarea 2

MA1002 Cálculo Diferencial e Integral
Fecha: 25 Mayo 2021
Fecha de entrega: 11 Junio 2021 a las 22 hrs

Profesor de cátedra: Pablo Ugalde Salas
Profesora auxiliar: Cynthia Vega

P1

Demuestre o refute con un contraejemplo las siguientes afirmaciones:

1. Sean $P = \left\{ \frac{i}{n} \right\}_{i=0}^{n}$ y $Q = \left\{ \frac{i}{3n} \right\}_{i=0}^{3n}$, y f una función acotada en $[0,1]$, entonces $s(f,Q) \geq s(f,P)$.
2. Sea f una función integrable en un intervalo I, entonces f es continua.
3. Sea $P(x)$ un polinomio tal que sus raices reales corresponden al conjunto $C = \{r_1, \ldots, r_m\}$, y sean $a, b \in \mathbb{R}$ $(a < b)$ tal que $C \cap [a,b] = \emptyset$, entonces $\frac{1}{P(x)}$ es integrable en $[a,b]$.
4. Sea f una función definida en $[0,1]$ tal que para todo $x, y \in [0,1]$, $x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$. Entonces f es integrable en $[0,1]$.
5. Sea f integrable en un intervalo I, tal que $f(x) > 0$ para todo $x \in I$. Entonces $\ln(f)$ es integrable en I.
6. Sea f una función definida en un intervalo I tal que $|f|$ es integrable en I, entonces f es integrable.

P2

Usando sumas de Riemann y el teorema fundamental del cálculo calcule los siguientes límites. Indique explicitamente el intervalo, la partición utilizada y la función.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{n} \sin\left(\frac{i\pi}{2n}\right) \frac{i}{4n^2}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{n} e^{\sqrt[n]{2^i}} \sqrt[n]{2^{i-1}} (\sqrt[n]{2} - 1)$

P3

Sea

$$f(x) = \begin{cases} 1/q & x = \frac{p}{q} \text{ fracción irreducible} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

Demuestre que f es integrable en $[0,1]$ y calcule el valor de $\int\limits_0^1 f$.