Tarea 1

MA1002 Cálculo Diferencial e Integral
Fecha: 07 Abril 2021
Fecha de entrega: 26 Abril 2021

Profesor de cátedra: Pablo Ugalde Salas
Profesora auxiliar: Cynthia Vega

P1

Demuestre o refute con un contraejemplo las siguientes afirmaciones:

1. Sea $f : I \subset R \to R$, tal que existe un $L > 0$ tal que para todo $x, y \in I$ se cumple $|f(x) - f(y)| < L|x - y|$. Entonces f es continua.
2. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ tal que $f([a, b]) = [c, d]$. Entonces f es continua.
3. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función con inversa tal que su inversa es continua. Entonces f es continua.
4. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ un polinomio de grado n. Entonces f cambia $n - 1$ veces de monotonía (pasa de ser decreciente a creciente o viceversa).
5. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua, entonces f es diferenciable en (a, b).
6. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función convexa y derivable en (a,b), entonces $f(x) \geq f(\bar{x}) + f'(\bar{x})(x - \bar{x}), \forall x, \bar{x} \in (a, b)$.

P2

Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función convexa, demuestre que f es continua en (a, b).

P3

Construya una función $f : [0, 5] \to \mathbb{R}$ con las siguientes características (justifique por qué se cumplen):

- Continua en $[0, 5]$
- Derivable en $(0, 5)$
- Estrictamente convexa en $(0, 3)$ y estrictamente cóncava en $(3, 5)$.
- Estrictamente decreciente en $(0, 2)$ y estrictamente creciente en $(2, 5)$.