MA1002 Cálculo Diferencial e Integral
Profesores: Andrés Contreras-Donato Vásquez Varas
Auxiliares: Ignacia Segura-Camilo Gómez
29 de julio de 2020

Examen

P1. Considere la función $f(x) = \arcsin\left(\dfrac{2x}{x^2+1}\right)$. Determine:

- **(a)** (1 *punto*) Dominio, recorrido y puntos de intersección con los ejes coordenados.
- **(b)** (1 *punto*) Continuidad de la función y simetría con respecto al eje vertical y el origen (paridad e imparidad). Determinar si la función posee puntos de discontinuidad reparables.
- **(c)** (1 *punto*) Asíntotas, si las hay.
- **(d)** (1 *punto*) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- **(e)** (1 *punto*) Máximos y mínimos indicando explícitamente cuáles son y donde se alcanzan, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.
- **(f)** (1 *punto*) Esbozo del gráfico de f.

P2. **(a)** (3 *puntos*) Estudie la convergencia de la integral impropia $\displaystyle\int_0^{1^-} \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}dx$.

(b) Estudie la convergencia de las siguientes series numéricas:

- **(i)** (1,5 *puntos*) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \sin^2(n)\frac{(2n)!}{n^{2n}}$.
- **(ii)** (1,5 *puntos*) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{1+n^2\sin^2(n)}$.

P3. Para $\bar{y} > 0$ fijo, considere la región plana $R_{\bar{y}} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} \leq 1,\ |y| \leq \bar{y}\right\}$.

- **(a)** (2 *punto*) Dibuje la región $R_{\bar{y}}$ y el sólido de revolución generado por $R_{\bar{y}}$ en torno a OY.
- **(b)** (4 *punto*) Calcule el volumen y el área del manto del sólido de revolución que se genera al rotar $R_{\bar{y}}$ en torno al eje OY.