

**MA1002 Cálculo Diferencial e Integral****Profesores:** Natalia Ruiz, Raúl Uribe, Cristián Reyes.**Control 1**

1. Considere la función definida por  $f(x) = \frac{1}{1+2|x-3|}$ .
    - a) Decida si  $f$  es diferenciable. (2 puntos)
    - b) Grafique  $f$  mostrando máximos y mínimos, intervalos de crecimiento, de decrecimiento, de concavidad, de convexidad, puntos de inflexión y asíntotas. (4 puntos)
  2. a) Una función  $f$ , continua en  $[a, b]$ , tiene derivada segunda  $f''$  en todo punto del intervalo abierto  $(a, b)$ . El segmento de recta que une  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$  corta la gráfica de  $f$  en un tercer punto  $(c, f(c))$ , siendo  $a < c < b$ . Demostrar que  $f''(t) = 0$  por lo menos en algún punto de  $(a, b)$ . (3 puntos)
  - b) Entre todos los cilindros de volumen  $V$ , ¿Cuál es el de superficie mínima (incluyendo las tapas)?. (3 puntos)
3. a) Si  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es continua en  $a$  y  $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = a$ , entonces demuestre que  $\lim_{x \rightarrow b} f(g(x)) = f(a)$ . (4 puntos)
  - b) Demuestre que si no se supone que  $f$  es continua en  $a$ , entonces no se cumple en general que  $\lim_{x \rightarrow b} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow b} g(x))$ . (2 puntos)