Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
F'ISICAS Y MATEM'ATICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Cálculo Diferencial 2022-1

Control 3 Cálculo Diferencial

P1. Considere la curva C definida por la ecuación $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, $a > 0$ fijo.

a) Calcule la longitud del arco en el primer cuadrante.
Observación analice para qué valores de x la curva está bien definida y la misma se encuentra en el primer cuadrante.

b) Calcule el área del manto generado al rotar C en torno al eje Y.

P2. a) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función diferenciable y defina
$$G(x) = \int_0^x f(e^t)dt + \int_1^{e^x} \ln(t)f'(t)dt.$$
Demuestre que $G(x) = f(e^x)x$.

b) Sea $F(x) = \int_x^{x^2} \frac{sin(t)}{t}dt$. Demuestre que $F(x)$ tiene un óptimo x^* que satisface
$$-1/2 \leq sin((x^*)^2) \leq 1/2$$

P3. a) Estudie la convergencia de:
$$\int_1^\infty \frac{ln(x)}{x^2}dx.$$

b) Encuentre los valores para $a, b \in \mathbb{R}$ tal que:
$$\int_1^\infty \frac{2x^2 + bx + a}{x(2x + a)} - 1dx = 1.$$

Observación: Analice primero qué relación debe haber entre a y b para que la integral sea convergente, y luego para esos valores calcule la misma para determinar los valores de a y b.

Tiempo del control 3 hrs.