

Control 2

MA1002 Cálculo Diferencial e Integral
Fecha: 18 Junio 2021

*Profesor de cátedra: Pablo Ugalde Salas
Profesora auxiliar: Cynthia Vega*

P1

- a) Demuestre o refute con un contraejemplo las siguientes afirmaciones [1 pto c/u]:
- 1) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función derivable en \mathbb{R} y estrictamente creciente entonces dado $a \in \mathbb{R}$ la función definida por $G(x) = \int_a^x f(t)dt$ es convexa.
 - 2) Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua en $[a, b]$, entonces el área entre la curva definida por la función f y el eje x entre a y b viene dada por $\int_a^b f(x)dx$.
 - 3) Si f es continua en $[a, b]$ y $\int_a^b f(x) = 0$ entonces $\exists c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.
- b) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua y defina $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ y $G(x) = \int_0^x f(t^2)dt$. Demuestre que $\int_0^u G(x)dx = uG(u) - \frac{1}{2}F(u^2)$. [3 ptos.]

P2

- a) Demuestre que el volumen de un cono con base circular de radio r y altura h viene dado por $\frac{\pi r^2 h}{3}$ [2 pts]. **Indicación:** Puede modelar el problema como la rotación de una recta en torno a un eje.
- b) Calcule la longitud de la curva entre -1 y 1 de la función $f(x) = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$ en función de a . [2 pts]. **Nota pedagógica:** La función f modela la forma de una cuerda suspendida entre dos puntos (catenaria).
- c) Calcule el área comprendida entre las curvas $f(x) = \sqrt{1 + 2x^2}$ y $g(x) = 1 + x$. [2 pts].