

P1. Una función $C^k(A)$ Es una función con dominio $A \in \mathbb{R}$ y derivada k éSIMA continua en A .

Para la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{7/3}$:

- Demuestre que la función pertenece a $C^2(\mathbb{R})$, pero no a $C^3(\mathbb{R})$.
- Calcule el polinomio de Taylor de orden 2 alrededor de $x = 0$ para esta función.
- ¿Es posible calcular el polinomio Taylor de orden 8 alrededor de $x = 1$? De ser posible calcule el error que se comete al usar este polinomio para calcular $f(2)$.

Justifique sus respuestas.

P2. Utilizando los teoremas del valor medio o intermedio resuelva los siguientes ejercicios:

- Demuestre que si n es un número natural mayor que cero y $x_0 > 0$, entonces existe un único número positivo x tal que $x^n = x_0$.
- Compruebe que entre las raíces de la función $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5x - 6}$ se encuentra la raíz de su derivada. ¡Haga la menor cantidad de cálculos posibles!

P3. a) Una compañía vende máquinas para realizar moños de regalo, a P pesos cada una, la función de demanda de estas máquinas está dada por:

$$P(q) = 300 - 0,02q$$

El costo de producción de cada máquina está dado por \$30 cada una y la compañía tiene un costo fijo de \$9000 pesos al año.

Hallar la cantidad de máquinas que debe producir la compañía para maximizar las ganancias en un año.

- Sea $f : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que existe un $L > 0$ tal que para todo $x, y \in I$ se cumple $|f(x) - f(y)| < L|x - y|$. Entonces f es continua.

Tiempo del control 3 hrs.