



Pauta Control recuperativo

P1. Sea $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función y definimos la relación $\mathcal{R}$ en el conjunto $\mathbb{N}$ como

$$n\mathcal{R}m \iff f(n) \leq f(m),$$

donde $n, m \in \mathbb{N}$. Demuestre que

- a) (3 puntos) Si f es inyectiva, entonces $\mathcal{R}$ es una relación de orden.
- b) (3 puntos) Probar por inducción que si para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \mathcal{R} (n+1)$ entonces para todo $n \in \mathbb{N}$, $f(0) \leq f(n)$.

P2. Considere el conjunto $\text{Fin}(\mathbb{N})$, cuyos elementos son los subconjuntos finitos de $\mathbb{N}$, es decir,

$$\text{Fin}(\mathbb{N}) = \{A \subseteq \mathbb{N} : A \text{ es finito}\}.$$

Sea la función $g : \text{Fin}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}$ definida mediante

$$g(A) = \begin{cases} 0 & \text{si } A = \emptyset, \\ \sum_{k \in A} k & \text{si } A \neq \emptyset. \end{cases}$$

Es decir (para A no vacío), $g(A)$ es la suma de los elementos del conjunto A .

- a) (2 puntos) Evalúe la función g en $\{0, 7, 9\}$ y en $\{0, 1, 2, \dots, 500\}$, es decir calcule $g(\{0, 7, 9\})$ y $g(\{0, 1, 2, \dots, 500\})$. Luego calcule la imagen del conjunto $\{\{1\}, \{1, 3, 5\}\}$ para la función g , es decir $g(\{\{1\}, \{1, 3, 5\}\})$.
Obs: $\{0, 1, 2, \dots, 500\}$ son todos los naturales desde 0 hasta 500 inclusive ambos.
- b) (2 puntos) Muestre que g es epiyectiva pero no inyectiva.
- c) (2 puntos) Calcule la preimagen del conjunto $\{1, 2\}$ por la función g , esto significa que debe determinar el conjunto $g^{-1}(\{1, 2\}) \subseteq \text{Fin}(\mathbb{N})$.