Departamento de Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
MA1101-Introducción al Álgebra. Otoño 2025.

CONTROL RECUPERATIVO 1

Nota: Recuerde justificar adecuadamente sus argumentos. Si está usando resultados conocidos, indíquelo claramente y verifique la/s hipótesis.

P1.

a) (3 pts.) Determine el valor de verdad de las proposiciones p, q, r, s sabiendo que la siguiente proposición es Verdadera:

$$\big((p \wedge s) \Rightarrow (\overline{r} \vee r)\big) \Rightarrow \Big(\overline{(p \Rightarrow q)} \wedge (s \Leftrightarrow q) \wedge \overline{r}\Big).$$

b) (3 pts.) Sea E un conjunto de referencia y A, B, C, D subconjuntos de E. Demuestre que

$$(B \setminus C) \subseteq A \Rightarrow (D \setminus A) \subseteq (D \setminus B) \cup C.$$

P2. (6pts.) Demuestre por inducción que para todo $n \in \mathbb{N}^*$ se cumple que

$$8 \cdot 7^n - 14 \text{ es divisible por } 21.$$

P3. Sea A un conjunto no vacío y $\rho : A \to A$ una función. Diremos que ρ es una **proyección** si

$$\rho \circ \rho = \rho.$$

a) (2pts.) Considere el conjunto $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ y defina

$$\rho_1(x, y) = (x + y^3, 0) \quad \text{para todo } (x, y) \in A.$$

Determinar si ρ_1 es una proyección.

b) (2pts.) Sea $\rho : A \to A$ una proyección arbitraria. Consideremos el conjunto $B = \rho(A) \subseteq A$, donde $\rho(A)$ es la imagen de A por ρ. Definimos $\varphi : B \to B$ por

$$\varphi(y) = \rho(y) \quad \text{para todo } y \in B.$$

Demuestre que $\varphi = \mathrm{Id}_B$ (función identidad en B).

c) (2pts.) Sea ρ una proyección. Demostrar que ρ es epiyectiva si y solo si ρ es una biyección.

TIEMPO: 2 horas.
No olvidar anotar su nombre y RUT identificando sus hojas de respuestas.