



28 de junio 2025

Control 6: Estructuras algebraicas y números complejos

Nota: Recuerde justificar adecuadamente sus argumentos. Si está usando resultados conocidos, indíquelo claramente y verifique la/s hipótesis.

P1. (50%)

- (a) **(1,5 pto)** Calcule el número complejo z , expresando el resultado en forma Cartesiana.

$$z = (1 - i)^2(1 + i)^3$$

- (b) Considere la ecuación

$$(eq) \quad z^3 = \bar{z}^5 \text{ para } z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}.$$

- (1,5 pto)** Si $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ es solución de (eq), determine $|z|$.
- (3 pto)** Encuentre todas las soluciones de (eq) en $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ y expréselas en forma polar. Dibújelas en el plano complejo.

P2. (50%)

Considere el siguiente conjunto de funciones

$$A := \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b, a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}\}$$

con la operación $\circ$, la composición habitual de funciones.

- (1.5 pto)** Demuestre que $\circ$ es una ley de composición interna en A .
- (1.5 pto)** Determine si $\circ$ es conmutativa en A .
- (1.5 pto)** Determine si existe un elemento neutro para $\circ$ en A .
- (1.5 pto)** Determine qué elementos de A tienen inversa para $\circ$.