Control 2

P1. (6.0 ptos.) Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que

$$f(0,4,-1) = 25, \qquad \frac{\partial f}{\partial x}(0,4,-1) = 1, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(0,4,-1) = 2, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(0,4,-1) = -1.$$

Denote $\nabla f(0,4,-1) = (1,2,-1)$.

a) (2.0 ptos.) Calcule la derivada direccional de f en $(0,4,-1)$ en la dirección del vector $(1,-3,4)$.

b) (2.0 ptos.) Encuentre la dirección para la cual la derivada direccional es máxima. Calcule dicha derivada direccional.

c) (2.0 ptos.) Encuentre el plano tangente a la superficie $f(x,y,z) = 25$ en el punto $(0,4,-1)$.

P2. (6.0 ptos.) Sea $f(u,v)$ una función de clase $C^2(\mathbb{R}^2)$, y defina

$$g(x,y) = f(ax+by,\, cx+dy),$$

donde $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ son constantes dadas.

a) (3.0 ptos.) Calcule las derivadas parciales de segundo orden

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}.$$

b) (3.0 ptos.) Suponga que la función f satisface la ecuación diferencial

$$\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = 1.$$

Determine las condiciones que deben tener a,b,c,d tales que se cumpla

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 1.$$

P3. (6.0 puntos) Encuentre los puntos críticos de

$$f(x,y) = xye^{-x^2-y^2}$$

y determine si son máximos locales, mínimos locales o puntos silla.

Duración: 3h.