



Control 1 - Primavera 2025

- P1.** a) (2.0 pts.) Sabiendo que la proposición *Si la casa es amarilla y Pedro vive en la casa, entonces hay electricidad* es falsa, determine la veracidad de (1) *Si la casa es roja implica que Pedro no vive en la casa* y (2) *Hay electricidad si y sólo si Pedro vive en la casa*.
b) (2.0 pts.) Determine la negación de la proposición

$$p : \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, xy = 1$$

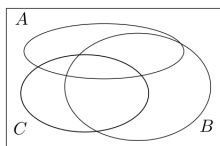
y encuentre el valor de verdad de p .

- c) (2.0 pts.) Considere los conjuntos $A = \{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}, a, \{b\}\}$ y $B = \{a, b\}$. Determine el valor de verdad de la proposición

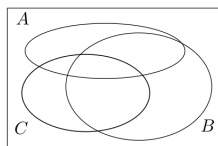
$$(A \subseteq B \vee B \subseteq A \vee A \in \mathcal{P}(B)) \implies \emptyset \in A \vee \{\emptyset\} \in A.$$

- P2.** a) (2.0 pts.) Copie los diagramas de Venn que se presentan más abajo en su hoja de respuesta y achure/sombrée los conjuntos que se indican: $A \cup B$, $C \setminus (A \Delta B)$ y $(A \cup B) \cap (C \setminus (A \Delta B))$.

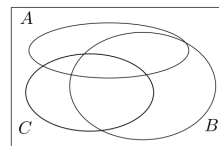
Achure $A \cup B$



Achure $C \setminus (A \Delta B)$



Achure $(A \cup B) \cap (C \setminus (A \Delta B))$



- b) (2.0 pts.) Demuestre la siguiente igualdad de conjuntos.

$$(A \cup B^c) \cap (B \cup C^c) \cap (C \cup A^c) = (A \cap B \cap C) \cup (A^c \cap B^c \cap C^c).$$

- c) (2.0 pts.) Considere la fórmula de recurrencia

$$a_{n+1} = \begin{cases} -\frac{3}{2}a_n^2 + \frac{11}{2}a_n - 2 & \text{si } n \geq 0, \\ 1 & \text{si } n = 0. \end{cases}$$

Demuestre que

$$\forall n \in \mathbb{N}, a_{3n} = 1, a_{3n+1} = 2, a_{3n+2} = 3.$$

- P3.** a) (2.0 pts.) Determine cuáles de las siguientes 3-tuplas son funciones.

$$f = (\mathbb{R}, \mathbb{R}, \{(x, y) \mid xy = 1\}), \quad g = (A \times B, A, \{((a, b), c) \mid a = c\})$$

- b) (2.0 pts.) Para las siguientes funciones indique cuáles son inyectivas, cuáles son epiyectivas y cuáles biyectivas.

$$f = ([-1, 1], [0, 2], \{(x, y) \mid x^2 + (y/2)^2 = 1, y \geq 0\}), \text{ es decir, } f(x) = 2\sqrt{1 - x^2}.$$

$$g = ([0, 1], [-2, 0], \{(x, y) \mid x^2 + (y/2)^2 = 1, y \leq 0\}), \text{ es decir, } g(x) = -2\sqrt{1 - x^2}$$

y

$$h = ([-1, 0], [-3, 0], \{(x, y) \mid x^2 + (y/2)^2 = 1, y \leq 0\}), \text{ es decir, } h(x) = -2\sqrt{1 - x^2}.$$

- c) (2.0 pts.) Encuentre las inversas de las funciones anteriores que sean biyectivas.

Tiempo: 3.0 hrs.