



Control 6

- P1.** a) **(2 pts.)** Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión nula, con $a_n \neq 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Demuestre, usando el Teorema del Sandwich, el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \exp \left(\sin \left(\frac{1}{a_n} \right) \right) = 0.$$

Recuerde justificar apropiadamente los pasos a seguir, mencionando las propiedades que utilice.

- b) **(4 pts.)** Determine para qué valores de $k \in \mathbb{Z}$ el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \right)^{\left[\ln \left(\frac{1}{n} \right) \right]^k}$$

existe.

- P2.** a) **(4 pts.)** Determine cuáles de los siguientes límites existen. En caso de no existir el límite, justifique. En caso de existir el límite, calcúlelo.

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|1-x|}{x-1}$.

3) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sin(2x-1)}{4x^2-1}$.

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 4x - 5}$.

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(2x)}}{x^2}$.

- b) **(2 pts.)** Demuestre, usando la definición epsilon-delta de límite, que

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x+3}{x-2} = \frac{13}{3}.$$