



Control recuperativo

- P1.** a) (3.0 pts) Sea $P(x)$, para $x \in \mathbb{R}$, la función proposicional

$$\forall y \in [0, 1], y \leq x \implies 2y \leq 1.$$

Determine el conjunto $\{x \in \mathbb{R} \mid P(x) \text{ es } V\}$.

- b) (3.0 pts) Considere la función $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ dada por $f(x) = x/(x+1)$ para todo $x \in \mathbb{R}_+$ y sea g_n el resultado de componer f n -veces, es decir, $g_1 = f$, $g_2 = f \circ f$, y en general $g_n = \underbrace{f \circ f \cdots \circ f}_{f \text{ aparece } n \text{ veces}}$ para $n \geq 1$.

Demuestre que

$$g_n(x) = \frac{x}{nx+1} \quad \text{para todo } n \geq 1.$$

- P2.** a) Sea $f: A \rightarrow B$ una función epiyectiva y sea $g: B \rightarrow A$ una función tal que $g(b) \in f^{-1}(\{b\})$ para todo $b \in B$.
- a.i) (2.0 pto) Muestre que $f \circ g = \text{id}_B$ y concluya que g es inyectiva.
- a.ii) (1.5 pto) Con un ejemplo, muestre que g no es necesariamente epiyectiva.
- b) (2.5 pts) Sean A y B dos conjuntos no vacíos y $h: A \rightarrow B$ una función. Suponga que existe $A' \subseteq A$ tal que

$$A' \cap h^{-1}(B') \neq \emptyset \quad \text{para todo } B' \subseteq B.$$

Demuestre que $h(A') = B$ y concluya que h es epiyectiva.

Duración: 2 horas.