



Control recuperativo

P1. a) Considere las siguientes proposiciones.

(i) $\forall n \in \mathbb{N}$, $n^2 - 1$ es un número primo.

(ii) $\exists n \in \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z} \setminus \{n\} = \mathbb{Z}$.

a.1) (2.5 pts) Determine el valor de verdad de cada una, justificando claramente su respuesta.

a.2) (1.5 pts) Niegue las proposiciones anteriores.

b) (2.0 pts) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la función definida por $f(x, y) = (2x - y, -x + y)$. Demuestre que f es biyectiva y determine su inversa.

P2. Sean $A, B \neq \emptyset$, $\mathcal{R}$ una relación de equivalencia en A y $\mathcal{S}$ una relación de equivalencia en B .

a) (3.0 pts) Demuestre que la relación $\mathcal{T}$ definida en $A \times B$ mediante:

$$(a, b)\mathcal{T}(x, y) \iff a\mathcal{R}x \wedge b\mathcal{S}y,$$

es de equivalencia.

b) (3.0 pts) Sean $a \in A$ y $b \in B$. Anotemos por:

$[a]_{\mathcal{R}}$ la clase de equivalencia de a respecto a la relación $\mathcal{R}$,

$[b]_{\mathcal{S}}$ la clase de equivalencia de b respecto a la relación $\mathcal{S}$, y

$[(a, b)]_{\mathcal{T}}$ la clase de equivalencia de (a, b) respecto a la relación $\mathcal{T}$.

Demuestre que:

$$[(a, b)]_{\mathcal{T}} = [a]_{\mathcal{R}} \times [b]_{\mathcal{S}}.$$

Duración: 1 hora y 30 minutos.