



CONTROL RECUPERATIVO C2

P1. a) (2pts) Sean $A \neq \emptyset$, un conjunto con al menos dos elementos. Considere la función

$$\begin{aligned} f : A \times A &\longrightarrow \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(A) \\ (a, b) &\longrightarrow (\{a, b\}, \{b\}) \end{aligned}$$

¿Es inyectiva? ¿Sobreyectiva? ¿Biyectiva? Justifique adecuadamente su respuesta.

b) (2pts) Sean $f : A \rightarrow A$, $g : A \rightarrow A$ dos funciones. Demuestre que

$$[f \circ g \text{ inyectiva} \wedge g \text{ sobreyectiva}] \implies f \text{ inyectiva}.$$

c) (2pts) Sea $\mathcal{A} \neq \emptyset$ una familia de conjuntos que cumple las siguientes propiedades:

i) $\emptyset \in \mathcal{A}$

ii) $[B \in \mathcal{A} \wedge C \in \mathcal{A}] \implies B \cup C \in \mathcal{A}.$

Además, dado un $H \in \mathcal{A}$, se define la familia de conjuntos

$$\mathcal{A}_H = \{X \cap H \mid X \in \mathcal{A}\},$$

en palabras, un conjunto Y pertenece a $\mathcal{A}_H$ si y solo si se puede escribir como la intersección de algún elemento de $\mathcal{A}$ con H .

Demuestre que $\mathcal{A}_H$ cumple las mismas 2 propiedades enunciadas. Es decir, que:

i) $\emptyset \in \mathcal{A}_H$

ii) $[B \in \mathcal{A}_H \wedge C \in \mathcal{A}_H] \implies B \cup C \in \mathcal{A}_H.$

TIEMPO: 0:45 hrs.

No olvidar colocar nombre y RUT en todas las hojas de sus respuestas.

Mucho éxito!