

Control 2 MA2601 2024-2

Profesoras: Gabrielle Nornberg, Jessica Trespalcacios.

Miércoles, 9 de octubre de 2024.

Problema 1. Considere la siguiente ecuación lineal:

$$x^2y'' - 7xy' + 16y = x^4 \ln x, \quad x > 0, \quad y' = \frac{dy}{dx}. \quad (\text{L})$$

- (a) Obtenga una solución de la ecuación homogénea asociada.
- (b) Desarrolle el método de reducción de orden para la ecuación (L).
- (c) Justifique porque el método entrega el conjunto de todas las soluciones de (L).

Problema 2. Elija 1 entre los 2 ítemes a continuación para desarrollar vía coeficientes indeterminados, encontrando la única solución del PVI dado, donde $' = \frac{d}{dx}$:

- (a) $y'' - 2y' + 2y = e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
- (b) $x^2y'' + 7xy' + 10y = 13\cos(\ln(x))$, $x \in (0, +\infty)$, $y(e) = 1$, $y'(e) = 0$.

Problema 3. Elija y desarrolle 2 de los 4 ítemes a continuación:

- (a) Encuentre la solución general de la ecuación de cuarta orden: $y^{(4)} - y = e^x$.
- (b) Determine los valores $\sigma > 0$ y las funciones propias $y \neq 0$ que resuelven el problema con valores en la frontera: $y'' + 2y' + (\sigma^2 + 1)y = 0$, $y(0) = y(5) = 0$.
- (c) Considere dos esferas concéntricas de radio $r = a$ y $r = b$, $a < b$. Encuentre la temperatura $u(r)$ en la región entre las esferas a partir del problema con valores en la frontera:

$$r^2u'' + 2ru' = 0, \quad u(a) = u_0, \quad u(b) = u_1, \quad ' = \frac{d}{dr},$$

donde u_0 y u_1 son constantes reales.

- (d) Use el TFC para escribir el conjunto de soluciones de la ecuación $y'' - y = \frac{1}{x}$.

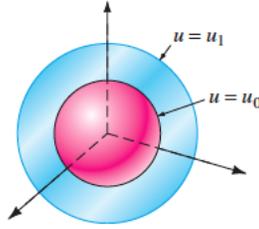


Figura 1: Figura del Problema 3 (c).

Formulario:

- El Wronskiano entre y_1, y_2 está definido por $W(y_1, y_2) = y_1 y_2' - y_1' y_2$.
- Variación de parámetros: $y = u_1 y_1 + u_2 y_2$, con $u_1 = -\int \frac{q y_2}{W}$, $u_2 = \int \frac{q y_1}{W}$.
- Integración por partes: $\int u dv = uv - \int v du$

TABLA 4.1 Soluciones particulares de prueba

$g(x)$	Forma de y_p
1. 1 (cualquier constante)	A
2. $5x + 7$	$Ax + B$
3. $3x^2 - 2$	$Ax^2 + Bx + C$
4. $x^3 - x + 1$	$Ax^3 + Bx^2 + Cx + E$
5. $\text{sen } 4x$	$A \cos 4x + B \text{ sen } 4x$
6. $\cos 4x$	$A \cos 4x + B \text{ sen } 4x$
7. e^{5x}	Ae^{5x}
8. $(9x - 2)e^{5x}$	$(Ax + B)e^{5x}$
9. $x^2 e^{5x}$	$(Ax^2 + Bx + C)e^{5x}$
10. $e^{3x} \text{ sen } 4x$	$Ae^{3x} \cos 4x + Be^{3x} \text{ sen } 4x$
11. $5x^2 \text{ sen } 4x$	$(Ax^2 + Bx + C) \cos 4x + (Ex^2 + Fx + G) \text{ sen } 4x$
12. $x e^{3x} \cos 4x$	$(Ax + B)e^{3x} \cos 4x + (Cx + E)e^{3x} \text{ sen } 4x$

¡Que les vaya bien!