# Control 2

**P1.** i) (3.0 pts) Sea $E$ un conjunto de referencia y $A, B \subseteq E$. Pruebe que

$$A = B \iff \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B).$$

ii) (3.0 pts) Para cada $c \in \mathbb{R}$ se define el conjunto $A_c = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x + 5y = c\}$. Demuestre que $\mathcal{A} = \{A_c \mid c \in \mathbb{R}\}$ es un partición de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Nota: Recuerde que $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{P}(E)$ es una partición de $E$ si

- $\forall C \in \mathcal{C}$, $C \neq \emptyset$.
- $\forall C, C' \in \mathcal{C}$, $C \neq C' \implies C \cap C' = \emptyset$.
- $\bigcup_{C \in \mathcal{C}} C = E$.

**P2.** Sea $E$ un conjunto de referencia y $A, B \subseteq E$. Se define $f : \mathcal{P}(A \cup B) \to \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$ tal que $f(X) = (X \cap A, X \cap B)$.

*a*) (2.4 pts) Considere $g : \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) \to \mathcal{P}(A \cup B)$ tal que $g(W, Z) = W \cup Z$, verifique que $g \circ f$ es la función identidad (indique sobre qué conjunto), y concluya que $f$ es inyectiva.

*b*) (2.4 pts) Pruebe que si $B = A^c$, entonces $f$ es epiyectiva.

*c*) (1.2 pts) Muestre, con un contraejemplo, que si $A \cap B \neq \emptyset$, entonces $f$ no es epiyectiva. Esto es, dé un ejemplo concreto de conjuntos $A$, $B$, $E$ tales que $A, B \subseteq E$, $A \cap B \neq \emptyset$, y $f$ no es epiyectiva.