

CONTROL 1

P1. a) (3pts) Sean p, q, r y s proposiciones. Probar sin usar tablas de verdad que la siguiente proposición es una tautología:

$$[(p \Rightarrow q) \land (\overline{s} \Rightarrow \overline{r})] \Rightarrow [\overline{p} \lor \overline{r} \lor (q \land s)]$$

- b) (3pts) Demostrar usando inducción que $\forall n \in \mathbb{N}, \ 2 \cdot 4^n + 3 \cdot 9^n$ es divisible por 5.
- **P2.** a) (3pts) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, debe justificar detalladamente sus respuestas:
 - I) (1.5pts) $(\forall x \in \mathbb{R})$ $(\forall y \in \mathbb{R})$ $[x < y \Rightarrow (\exists z \in \mathbb{R}) \ x < z < y]$
 - II) (1.5pts) $(\forall x \in \mathbb{N})$ $(\forall y \in \mathbb{N})$ $[x < y \Rightarrow (\exists z \in \mathbb{N}) \ x < z < y]$

Obs: Para alguna de las dos proposiciones le puede ser útil recordar (no es necesario demostrarlo) que $[(p \Rightarrow q) \land (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \land r)]$.

b) (3pts) Sean $A, B, C \subseteq E$ conjuntos (E indica conjunto de referencia). Demostrar que

$$A\cap [C\cup (B\setminus (A\setminus C))]=A\cap C.$$

TIEMPO: 1:30 hrs.

No olvidar colocar nombre y RUT en todas las hojas de sus respuestas.

Mucho éxito!