Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra Lineal 2021-2 control 1

P1. 1) (3 puntos) Considere el sistema lineal $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, con matriz aumentada dada por

$$\left(A \,\middle|\, b \right) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -4 \\ 3 & -2 & 1 & 18 \\ 11 & -4 & -p^2+p-1 & 40-p^2+5p \end{array}\right),$$

donde p es un parámetro real. Encuentre todas las condiciones sobre p de modo que el sistema

- **I)** No tenga solución.
- **II)** Tenga infinitas soluciones.
- **III)** Tenga solución única.

2) **I)** (1.5 puntos) supongamos que $A \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$ satisface la igualdad $A^2 + A^3 + A^4 + 2\mathbb{I} = 0$, donde $\mathbb{I}$ es la matriz identidad y 0 es la matriz de ceros. Pruebe que A es invertible y encuentre una expresión para A^{-1}.

II) (1.5 puntos) Supongamos que $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R}), B \in \mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$ tales que $AB = \mathbb{I} \in \mathcal{M}_{m,m}(\mathbb{R})$. Pruebe que la única solución del sistema $A^t x = 0$, es $x = 0 \in \mathbb{R}^m$.

P2. 1) (3 puntos) Considere $u \in \mathbb{R}^m, v \in \mathbb{R}^n$ vectores fijos y definamos

$$W = \{M \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R}) : \, Mv = u\},$$

el conjunto de matrices de tamaño $m \times n$ que satisfacen $Mv = u$. Pruebe que W es subespacio vectorial de $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ **si y solo si** $u = 0$, el vector cero de $\mathbb{R}^m$.

2) (3 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, determine si existe un $w \in \mathbb{R}^2$ tal que

$$\langle \{w\} \rangle = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 : \, Ax = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Para ello le puede ser útil probar que $\left\{ x \in \mathbb{R}^2 : \, Ax = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^2$.

Tiempo del control 2 hrs. Entregue a tiempo. Evite descuentos por atraso