

CONTROL 1 ALGEBRA LINEAL

Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

P1) Considere el conjunto E de polinomios $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \in \mathbb{R}_3[x]$ de grado menor o igual que 3 con coeficientes reales que verifican:

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0 \text{ y } a_1 + 2a_2 + 3a_3 = 0$$

(i) (2 ptos.) Pruebe que E es un espacio vectorial de $\mathbb{R}_3[x]$ sobre \mathbb{R} , encuentre una base y de su dimensión.

(ii) (1.5 ptos.) Extienda la base de la parte anterior a una base de $\mathbb{R}_3[x]$.

(iii) Considere ahora

$$F = \{p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \in \mathbb{R}_3[x] \mid a_2 = 0\}$$

(iii.1) (1 pto.) Pruebe que F es un espacio vectorial de $\mathbb{R}_3[x]$, encuentre una base y de su dimensión.

(iii.2) (1.5 pto.) Pruebe que $E \cap F$ es un espacio vectorial de $\mathbb{R}_3[x]$, encuentre una base y de su dimensión.

P2) Considere el sistema lineal en \mathbb{R}^4 :

$$\begin{aligned}x_1 - \alpha x_3 + x_4 &= 0 \\x_2 + \alpha x_3 + x_4 &= \alpha \\x_1 + x_2 + \alpha x_3 &= 1 \\ \alpha x_1 + x_2 &= 0\end{aligned}$$

(i) (4 ptos.) Encuentre los valores del parámetro real α para que el sistema no tenga solución, tenga infinitas soluciones o tenga solución única.

(ii) (2 ptos.) En el caso que el sistema tenga soluciones múltiples y solución única escriba el espacio de soluciones.

Tiempo: 2 horas para desarrollar + 1 hora para escanear y entregar con tranquilidad.