Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
MA1002: Cálculo Diferencial e Integral. 2024-V

Control 2

P1. *a*) Demuestre que entre todos los rectángulos con diagonal dada $d = 1$, el que tiene mayor área, es el cuadrado.

b) Considere la función

$$f(x) = \operatorname{sen}(x^2).$$

Calcule un polinomio de Taylor T_f de orden 3 para f centrado en $\bar{x} = 0$. Pruebe que existe $\xi \in (0, x)$ tal que

$$f(x) = T_f(x) + \frac{f^{[3]}(\xi)x^3}{3!}.$$

P2. Encuentre una fórmula recursiva para la integral

$$I_n = \int \frac{dx}{(x^2+1)^n}.$$

Para eso,

a) Calcule I_1.

b) Muestre que

$$I_n = I_{n-1} - \int \frac{x^2}{(x^2+1)^n}\, dx$$

c) Considere $n > 1$ y calcule la integral

$$\int \frac{x}{(1+x^2)^n}\, dx$$

d) Demuestre que

$$I_n = \frac{x}{2(n-1)(x^2+1)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2n-2} I_{n-1}.$$

Hint: Use la parte b) e integre por partes la correspondiente integral.

P3. Resuelva dos de las siguientes primitivas

a) $\displaystyle\int e^x \cdot \frac{e^x - 1}{e^x + 1}\, dx$

b) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^4(x)\cos^3(x)\, dx$

c) $\displaystyle\int \frac{1}{(x-3)(x+1)}\, dx$

Si usa un teorema, no olvide verificar explícitamente cada una de sus hipótesis.

Duración: 3h.