Departamento de Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
MA1101-Introducción al Cálculo. Primavera 2024.
Viernes 18 de octubre

CONTROL 2

P1. Considere la función $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \sqrt{\frac{2}{x-3} + 1}$.

a) (1,5 ptos.) Encuentre el dominio de f, es decir, el mayor conjunto $A \subseteq \mathbb{R}$ tal que $f(x)$ es un número real bien definido para todo $x \in A$.

b) (1,5 ptos.) Encuentre el conjunto imagen $Im(f)$ y el/los cero/s de f.

c) (1,5 ptos.) Pruebe que f es inyectiva y encuentre una formula para $f^{-1} : Im(f) \to A$.

d) (1,5 ptos.) Pruebe que f es estrictamente decreciente.

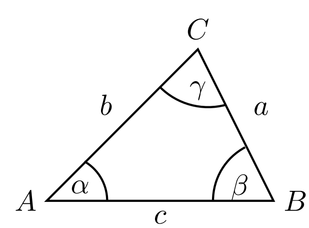
P2. Elegir **solo una** entre las partes *a*) y *b*). La parte *c*) se debe resolver.

a) (3 ptos.) Considere la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = a - \operatorname{sen}(2x)$, con $a \in \mathbb{R}$ constante. Determine la paridad, el período mínimo, el/los cero/s de f y realice un esbozo del gráfico de f.

b) (3 ptos.) Considere la función $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \tan(x) - \operatorname{sen}(2x)$. Determine el dominio de f, la paridad, el período mínimo y el/los cero/s de f.

c) (3 ptos.) Demuestre la identidad trigonométrica $\cos(4x) = 1 - 8\sin^2(x)\cos^2(x)$.

P3. Considere el triángulo de la figura



a) (2 ptos.) Use el teorema del seno para probar que

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\beta)}{\operatorname{sen}(\gamma)}.$$

b) (2 ptos.) Demuestre la identidad trigonométrica

$$\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\beta) = 2\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right).$$

c) (2 ptos.) Use las partes *a*), *b*) y una fórmula de ángulo doble para probar la fórmula de Mollweide

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right)}.$$

TIEMPO: 3 horas

No olvidar colocar nombre y RUT identificando sus hojas de respuestas.