Departamento de Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
MA1001: Introducción al Cálculo 2024-1

Control 5

P1. Considere la sucesión (x_n) definida por recurrencia

$$x_{n+1} := \sqrt{\frac{8+x_n^2}{3}}, \quad x_0 = 10.$$

(a) **(2.0 pts)** Muestre que $x_n \geq 2$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

(b) **(2.0 pts)** Muestre que (x_n) es monótona.

(c) **(2.0 pts)** Usando lo anterior concluya que (x_n) converge y calcule su límite.

P2. (a) **(3.0 pts)** Muestre que $c_n := \dfrac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}$ converge.

Indicación: calcular $\dfrac{c_n}{c_{n+1}}$.

(b) Calcule los siguientes límites

i. **(1.0 pts)** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^3a^n - nb^n}{n^5a^n + \sqrt{n^2+1}b^n}$ con $0 < a < b$.

ii. **(1.0 pts)** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n + \left(1+\frac{1}{n}\right)^n} - \sqrt{n + \sqrt[n]{3 - \frac{1}{n}}}\right)\sqrt{n+2^{-n}}$.

iii. **(1.0 pts)** $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n\sin(n^2) + 3^n}{2n^3 + 3^{n+1}}\right)^n$.

Tiempo: 1:30 horas.