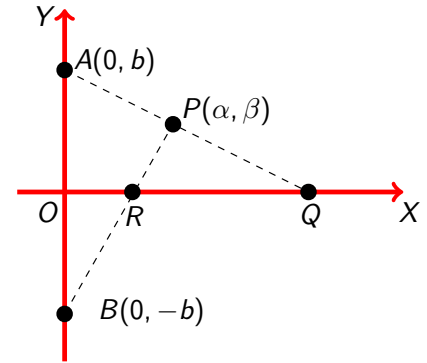




Control 2

- P1.** Un punto $P(\alpha, \beta)$ del primer cuadrante del plano se une con los puntos $A(0, b)$ y $B(0, -b)$ del eje OY (donde $b > 0$). Se sabe que las rectas L_{PA} y L_{PB} cortan al eje OX en ciertos puntos $Q(x_Q, 0)$ y $R(x_R, 0)$, respectivamente. Si además se sabe que $x_R \cdot x_Q = a^2$ (donde $a > b$), determine el Lugar Geométrico que recorre el punto P . Identifique el lugar geométrico encontrado indicando todos los parámetros importantes (pendiente, centro, radio, semiejes, excentricidad, focos, directrices, asíntotas, etc. según corresponda).



(Indicación: Primero determine las coordenadas x_Q y x_R de Q y R en términos de α, β y b .)

- P2.** Considere la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{|x|}{1 - |x|}$$

- (2 pts)** Determine $\text{Dom}(f)$, ceros, signos y paridad de f .
- (3 pts)** Estudie intervalos de crecimiento o decrecimiento de f . Determine el conjunto imagen de f (o sea $\text{Im}(f)$ o $\text{Rec}(f)$ que es lo mismo), resolviendo explícitamente la ecuación $y = f(x)$. Bosqueje el gráfico de f .
- (1 pt)** Pruebe que $f_{|(1, +\infty)}$ y $f_{|(-\infty, -1)}$ son inyectivas (donde $f_{|(1, +\infty)}$ y $f_{|(-\infty, -1)}$ son las restricciones de f a $(1, +\infty)$ y $(-\infty, -1)$, respectivamente).

Tiempo: 1:30 horas.