Departamento de Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
MA1002: Cálculo Diferencial e Integral 2022-2

Control 3

P1. Sea $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x\sqrt{2-x}$.
Considere la región $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0,2], 0 \leq y \leq f(x)\}$

a) **(2 pts.)** Calcule el área de la región R.

b) **(2 pts.)** Calcule V_{OX}, volumen del sólido engendrado por la rotación de R en torno al eje OX.

c) **(2 pts.)** Calcule V_{OY}, volumen del sólido engendrado por la rotación de R en torno al eje OY.

P2. Estudie la convergencia de las siguientes integrales impropias

a) **(1.5 pts.)** $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{1+x}{1+x^2}dx.$

b) **(1.5 pts.)** $\displaystyle\int_1^{2} \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-1}}dx.$

c) **(3 pts.)** $\displaystyle\int_2^{\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4}dx.$

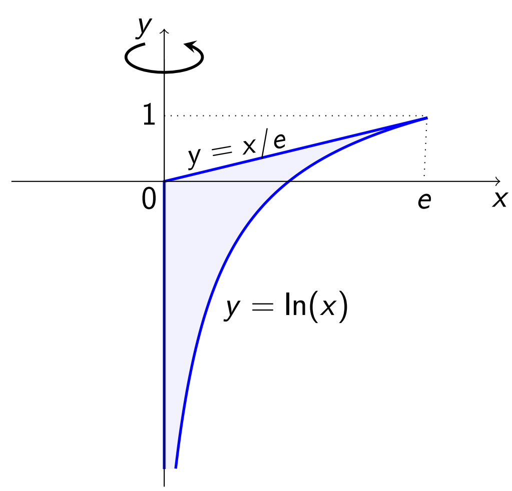
P3. Considere la región R comprendida entre la curva $y = \ln x$, la recta $y = x/e$, con $x \in (0, e]$.

a) **(2 pts.)** Demuestre que el área de la región R es finita y calcúlela.

b) **(2 pts.)** Calcule, si existe, el volumen del sólido engendrado por la rotación de la región R en torno al eje OY.

c) **(2 pts.)** Demuestre que la superficie S_{OY} del manto del sólido de revolución de (b) tiene área finita y es acotada por $3\pi e\sqrt{1+e^2}$.

Obs: Note que S_{OY} está formada por la zona externa (logarítmica) y las zona interna (cóno formado por la recta)



Tiempo: 3:00 horas.

Formulario:

$$\int_a^b f \qquad \int_a^b \pi f^2 \qquad \int_a^b 2\pi x f(x)dx \qquad \int_a^b A(t)dt \qquad \int_a^b \sqrt{1+f'^2} \qquad \int_a^b 2\pi f\sqrt{1+f'^2} \qquad \int_a^b 2\pi x\sqrt{1+f'^2}$$