Departamento de Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
MA1002: Cálculo Diferencial e Integral 2022-2

Control 2

P1. **a)** Calcule

i) **(2 pts.)** $\displaystyle\int e^{-\sqrt{x}}dx.$ ii) **(2 pts.)** $\displaystyle\int_1^2 x^3\ln(1/x)dx.$

b) **(2 pts.)** Sea $I_n = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}^n(x)dx$. Demostrar que $\forall n \in \mathbb{N}$ se cumple

$$I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n.$$

P2. **a)** Indique, justificando brevemente, si las siguientes funciones son o no Riemann Integrables en $[a, b]$, donde $0 < a < b$.

i) **(1 pt.)** $f(x) = \begin{cases} 1/n & \text{si } x \in (s_n, s_{n-1}],\ n \in \mathbb{N}^* \\ 0 & \text{si } x = a, \end{cases}$ donde (s_n) es una sucesión decreciente tal que $s_0 = b$ y $s_n \to a$.

ii) **(1 pt.)** $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-x} & \text{si } x \in [a, b) \\ 0 & \text{si } x = b. \end{cases}$

iii) **(1 pt.)** $h(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in \mathbb{Q} \cap [a, b] \\ 0 & \text{si } x \in \mathbb{I} \cap [a, b]. \end{cases}$

b) **(3 pts.)** Exprese la sucesión $x_n = \dfrac{1^\alpha + 2^\alpha + \cdots n^\alpha}{n^{\alpha+1}}$, donde $\alpha > 0$, como una suma de Riemann y encuentre el valor de su límite.

P3. **a)** **(3 pts.)** Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable con f' continua, que satisface

$$f(x) + \int_1^x t^3 f'(t)dt = \frac{x^4}{4} + x \qquad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Demuestre que f' es constante en $\mathbb{R}$ y encuentre la fórmula explícita de $f(x)$.

b) **(3 pts.)** Calcule

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \displaystyle\int_0^x \frac{\operatorname{sen}(t)}{t}dt}{x - \displaystyle\int_0^x e^{t^2}dt.}$$

Tiempo: 3:00 horas.