

Control 3, MA-1002 Cálculo Diferencial e Integral Semestre 2021/2 (27 de Noviembre)

Recuerde que: las evaluaciones del curso son de carácter estrictamente individual. Nuestra Escuela y Universidad cuenta con normas de convivencia y reglamentos que aplican a todas las actividades académicas en cualquier formato y soporte en que se realicen. Ustedes al ingresar a la Universidad de Chile adhieren a los valores y principios contenidos en estas normas y reglamentos y es su deber como estudiantes de esta comunidad el conocerlas y respetarlas.

En particular, se recuerda que el Título II del Código de Ética de la FCFM (versión revisada 2020) señala lo siguiente en su punto c): "La responsabilidad y la honestidad se expresan en el compromiso con el estudio y la rendición de evaluaciones a lo largo de la vida estudiantil, así como en la realización de la investigación y la docencia. En este sentido, los miembros de la comunidad se comprometen a no realizar actos contrarios a dichos valores como, por ejemplo, copiar, plagiar, falsificar documentos, suplantar la identidad de terceros en todas las actividades evaluativas y de producción de conocimiento que realicen, entre otras. Asimismo, se comprometen a no recurrir a ningún medio físico o virtual que posibilite dichos comportamientos impropios."

P.1. (a) (3 ptos.) Calcule el área encerrada entre las curvas $y^2 = x$ e $y = x$, entre $x = 0$ y $x = 4$.
Antes de calcular, grafique las curvas en forma aproximada indicando todas las intersecciones.

(b) Considere la función $f(x) = \frac{(2 + x^2)^{3/2}}{3}$ donde $x \in [1, 2]$.

i) **(2 ptos.)** Calcule el largo de la curva de ecuación $y = f(x)$, donde $x \in [1, 2]$.

ii) **(1 pto.)** Calcule el área del manto del sólido generado por la rotación de la región bajo la curva $y = f(x)$ en torno al eje OY .

OBS: Recuerde que $A_a^b(f) = 2\pi \int_a^b x \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$.

P.2. (a) Estudie la convergencia de las siguientes integrales impropias

i) **(2 ptos.)** $\int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^3} dx$

ii) **(2 ptos.)** $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt[3]{x}(2x+3)} dx$

(b) **(2 ptos.)** Sea R la región encerrada entre el eje OX y la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{1-x^2}}$ con $0 \leq x < 1$.

Escriba la integral impropia que permite calcular el volumen del sólido obtenido por la rotación de R en torno al eje OX . Estudie la convergencia de dicha integral.

Tiempo de Trabajo: 2 horas