Control 1

MA1002 Cálculo Diferencial e Integral
Fecha: 30 Abril 2021

Profesor de cátedra: Pablo Ugalde Salas
Profesora auxiliar: Cynthia Vega

P1

Demuestre o refute con un contraejemplo las siguientes afirmaciones **[1 pto c/u]**:

1. Sea $f : [0, 2a] \to \mathbb{R}$ continua tal que $f(0) = f(2a)$. Entonces existe un punto $\bar{x} \in [0, a]$ tal que $f(\bar{x}) = f(\bar{x} + a)$.
2. Sea $f : [a, b) \to \mathbb{R}$ diferenciable en (a, b), entonces f es continua en a.
3. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función decreciente. Entonces f es cóncava.
4. Sea $f(x) = \sin(x)$ y $P(x) = x - x^3 + x^5$ y $(x_n) \subset \mathbb{R}$, con $x_n \to 0$, entonces $\left|\dfrac{\sin(x_n) - P(x_n)}{(x_n)^6}\right| \to 0$.
5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ un polinomio de grado $n > 2$. Entonces f cambia $n - 2$ veces de convexidad (pasa de ser cóncava a convexa o viceversa).
6. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable en todo su dominio. Sea $\bar{x}$ mínimo global de la función, entonces $\bar{x}$ es el único punto que satisface $f'(\bar{x}) = 0$.

P2

1. Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ definida como $f = \begin{cases} e^{ax^2}\ln(x) & \text{si } x \leq 1 \\ \cos(bx) & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Encuentre valores de a y b tal que la función sea diferenciable en todo su dominio. **[3 pts]**.
2. Sea $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, continua en $[0, \infty)$ y derivable en $(0, \infty)$ y convexa en su dominio, con $f(0) = 0$. Demuestre que $f'(x) > \frac{f(x)}{x}$ $\forall x \in (0, \infty)$. **[3 pts]**.